

Bachelorarbeit: Effiziente Simulation der Phase niedriger Temperatur bei granularen Strömungen

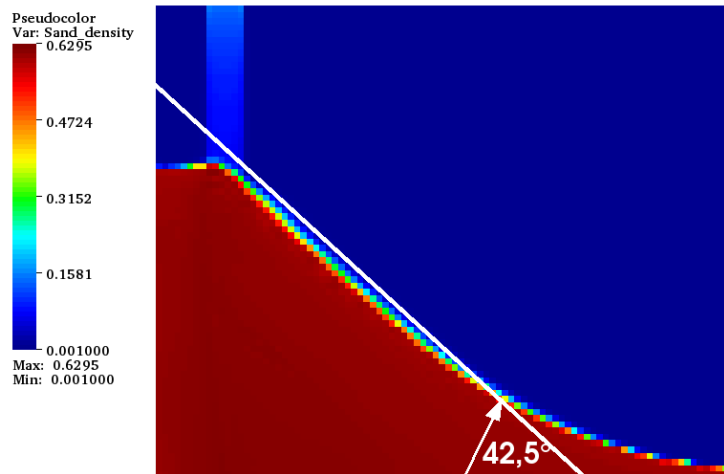


Abbildung 1: Aktuelle Simulation der Bildung einer schiefen Ebene eines idealisierten granularen Materials aufgrund modellierter innerer Reibung.

Betreuer:	Prof. Dr. Guido Kanschat , Interdisziplinäres Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (IWR), Universität Heidelberg, Im Neuenheimer Feld 368, 69120 Heidelberg Dr. Sebastian Schmidt , Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM), Fraunhofer-Platz 1, 67663 Kaiserslautern
Voraussetzungen:	eine Vorlesung in Numerik partieller Differentialgleichungen, Programmierkenntnisse in C++, Benutzung der Finite-Elemente-Bibliothek deal.II (Einige Voraussetzungen können auch in der Einarbeitungsphase nachgeholt werden)
Verdienstmöglichkeit:	Verbindung mit Hilfskrafttätigkeit

Sie möchten eine Bachelorarbeit im Wissenschaftlichen Rechnen verfassen, deren Ergebnis tatsächlich benutzt wird? Sie möchten mathematisch fundierte Verfahren einsetzen, sich aber auch mit tatsächlichen Anwendern auseinandersetzen? Sie möchten in Ihrer Arbeit etwas Nützliches tun und die Ergebnisse in einer bezahlten HiWi Stelle gleich anwenden? Dann könnte folgende Option für Sie interessant sein: Im Rahmen einer Kooperation zwischen dem IWR der Universität Heidelberg und dem Fraunhofer ITWM in Kaiserslautern über granulare Strömungen wird folgendes Projekt für eine Bachelorarbeit angeboten.

Granulare Strömungen zeichnen sich dadurch aus, dass sie einen Übergang zwischen einer stark kompressiblen, dynamisch fließenden Phase und einer dicht gepackten, ruhenden Phase aufweisen.

Am ITWM wurde ein Modell für granulare Strömungen entwickelt, das in beiden Phasen gilt. Mittels einer granularen Temperatur werden die Phasenbereiche modellintern entschieden und ein stetiger Phasenübergang gewährleistet. Das gesamte System partieller Differentialgleichungen und algebraischer Abschlussrelationen hat dann, über beide Phase betrachtet, nicht nur physikalisch, sondern auch mathematisch sehr verschiedene Eigenschaften.

Die effiziente Lösung eines solchen Systems von Gleichungen setzt ein gutes Verständnis des Lösungsverhaltens in den einzelnen Phasen voraus. In diesem Projekt nun untersuchen wir die Lösung der ruhenden Phase, also des Teilgebiets, in dem die Körner aufeinander liegen und die granulare Temperatur $T = T_0$ nahe bei null ist. Dort vereinfacht sich das System zu

$$\begin{aligned} \partial_t \varrho + \nabla \cdot (\varrho \mathbf{u}) &= 0 \\ \partial_t (\varrho \mathbf{u}) - \nabla \cdot \tilde{\sigma} &= \varrho \mathbf{g} - \nabla p. \\ \tilde{\sigma} &= \eta \tilde{\kappa}, \quad \tilde{\kappa}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \end{aligned} \tag{1}$$

Die Dichte ϱ kann hier noch mit Hilfe der Zustandsgleichung

$$p = T_0 g(\varrho) (2\varrho - \varrho_{co}), \tag{2}$$

eliminiert werden, wobei ϱ_{co} die Dichte beim Phasenübergang darstellt. Die Funktion $g(\varrho)$ stellt hierbei eine gegebene, sogenannte radiale Verteilungsfunktion dar, welche das nachvollziehbare Phänomen modelliert, dass sich bei dichterem Verteilung der Einzelpartikel z.B. die Kompressibilität ändert. Der Parameter η wird bestimmt aus der Gleichung

$$\eta = \eta_0 \sqrt{T_0} g(\varrho) \left(2 - \frac{\varrho_{co}}{\varrho} \right) \tag{3}$$

Diese Gleichungen sind zwar nichtlinear, weisen aber eine starke Ähnlichkeit zu den Stokeschen Gleichungen bzw. dem Boussinesq-System auf, da sich die Nichtlinearität auf die algebraischen Relationen für Druck (2) und Viskosität (3) beschränkt. Daher soll ausgehend von existierenden Methoden für diese Gleichungen ein neues Verfahren implementiert werden, das Gleichung (1) mit einer Kombination aus Mehrgitterverfahren und Newton-Iteration löst. Zunächst konzentrieren wir uns dabei auf die Lösung des stationären Problems und setzen diese dann in ein Zeitschrittverfahren ein.

Mit dem entwickelten Verfahren sollen dann Beispielkonfigurationen berechnet werden, bei denen mit Experimenten verglichen werden kann, zum Beispiel Couette-Strömung zwischen zwei Platten und Schüttung in einem Silo. Da es sich hier nur um einen Teilaspekt des Gesamtproblems handelt, kann bei Interesse gegebenenfalls eine Masterarbeit als Fortsetzung des Projekts angeboten werden.

Angelehnt an dieses Thema wird am ITWM in Kaiserslautern eine Hilfskraftstelle für 35h pro Monat angeboten. Innerhalb dieser Stelle sollen das deal.II Framework am Fraunhofer ITWM eingeführt, die Implementierung der entwickelten Methoden dokumentiert und die Implementierung der Methoden durch Vorträge und Arbeitstreffen in der betreuenden Arbeitsgruppe des ITWM bekannt gemacht werden.

Um eine enge Abstimmung mit beiden Projektpartnern zu gewährleisten, wird erwartet, dass der Bearbeiter oder die Bearbeiterin im Durchschnitt einen Tag pro Woche dort verbringt.

Bei Interesse setzen Sie sich bitte mit einem der Betreuer zur Diskussion des weiteren Vorgehens in Kontakt unter:

kanschat@uni-heidelberg.de
sebastian.schmidt@itwm.fraunhofer.de